

**ИЗМЕНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИОНОВ Eu^{2+}
В ЛЮМИНОФОРАХ $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}:\text{Eu}^{2+}$
И $(\text{Sr},\text{Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}:\text{Eu}^{2+}$ ПРИ ОТЖИГЕ В АРГОНЕ**

Аннотация. Исследовано влияние высокотемпературного отжига в среде аргона на спектры электронного парамагнитного резонанса и люминесценции ионов Eu^{2+} в основаниях люминофоров $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}$ и $(\text{Sr},\text{Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}$. Обнаружено, что отжиг приводит к диффузии атомов аргона внутрь кристаллической решетки люминофоров, блокирующих диффузию кислорода, в результате чего при высоких температурах происходит окисление ионов европия. Установлено, что при отжиге в аргоне модификация кристаллической структуры люминофоров происходит при более высоких температурах, чем на воздухе.

Ключевые слова: Eu^{2+} -содержащие люминофоры, центры люминесценции, парамагнитные центры, отжиг в аргоне, электронный парамагнитный резонанс, локальная симметрия окружения.

Abstract. The authors investigate the effect of high temperature annealing in argon on the EPR spectra and luminescence of Eu^{2+} ions in the grounds of the phosphors $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}$ and $(\text{Sr},\text{Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}$. It was found that annealing leads to diffusion of argon atoms inside the crystal lattice phosphors, blocking the diffusion of oxygen, resulting in high temperatures observed in the oxidation of europium ions. It is established that annealing in argon the modification of the crystal structure of phosphors occurs at higher temperatures than in air.

Key words: Eu^{2+} -containing phosphors, luminescence centers Eu^{2+} , annealing in argon, paramagnetic centers Eu^{2+} , electron paramagnetic resonance, the local symmetry of the environment.

Введение

Проведенные нами ранее исследования [1] показали, что высокотемпературный отжиг на воздухе по-разному влияет на отдельные линии поглощения в спектре электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) и элементарные полосы в спектре люминесценции Eu^{2+} . Для объяснения наблюдаемых изменений была предложена идея: как в алюминатном, так и в хлорфосфатном люминофорах ионы Eu^{2+} находятся как минимум в двух позициях с разной локальной симметрией окружения. По характеру трансформации спектра ЭПР также было установлено, что отжиг на воздухе при температурах $T_{\text{отж}}$ выше 773 К приводит к существенному уменьшению концентрации ионов Eu^{2+} в результате процессов окисления ($\text{Eu}^{2+} \rightarrow \text{Eu}^{3+}$).

Целью настоящей работы являлось исследование характера изменений состояния иона активатора Eu^{2+} , происходящих в результате высокотемпературного отжига в среде инертного газа Ar.

1. Образцы и методика эксперимента

Люминофор $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}:\text{Eu}^{2+}$ был синтезирован путем прокаливания смеси карбоната бария (BaCO_3), окиси европия (Eu_2O_3), фторида магния (MgF_2) и окиси алюминия (Al_2O_3) сначала при температуре 1350 °С в атмо-

сфере азота и водорода в течение двух часов, а затем при температуре 1250 °С в потоке азота, водорода и паров воды в течение двух часов.

Для приготовления люминофора $(\text{Sr,Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}:\text{Eu}^{2+}$ использовалась гомогенизированная шихта, состоящая из $\text{SrCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$, SrHPO_4 , BaHPO_4 , BaCO_3 и Eu_2O_3 , которая прокаливалась при температуре 1100 °С в атмосфере азота и водорода в течение двух часов.

Спектры ЭПР записывали на радиоспектрометре ЭПР PS100.X на частоте СВЧ поля $f = 9,34$ ГГц при температуре 293 К. Квазистатическое магнитное поле изменялось в диапазоне 0,1–7 кГс.

Спектры люминесценции регистрировали на установке с монохроматором МДР-23. Для возбуждения использовалось отфильтрованное излучение ртутной лампы типа ДРТ (Дуговые, Ртутные, Трубочатые).

Отжиг производили изохронно в течение одного часа для каждой фиксированной температуры $T_{\text{отж}}$ в интервале от 973 до 1273 К.

2. Результаты эксперимента

2.1. Спектры ЭПР

На рис. 1, 2 приведены спектры ЭПР исходных и отожженных в аргоне образцов люминофоров $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}:\text{Eu}^{2+}$ и $(\text{Sr,Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}:\text{Eu}^{2+}$. Из рисунков видно, что изменения в спектрах ЭПР $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}:\text{Eu}^{2+}$ и $(\text{Sr,Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}:\text{Eu}^{2+}$ начинают происходить при температурах ~1073 К. Отметим, что при отжиге на воздухе заметные изменения спектров наблюдались при более низких температурах (~773 К) [1].

Из спектров ЭПР $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}:\text{Eu}^{2+}$ и $(\text{Sr,Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}:\text{Eu}^{2+}$ (рис. 1, 2) видно, что положения наиболее интенсивных линий в спектрах ЭПР с увеличением температуры отжига не изменяются.

В то же время из спектра ЭПР $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}:\text{Eu}^{2+}$ (рис. 1) можно заметить, что интенсивность линии с $g = 4,9$ после отжига при $T_{\text{отж}} = 1073$ К заметно увеличилась, а интенсивность линии с $g = 7,1$, наоборот, уменьшилась. При температуре $T_{\text{отж}}$ свыше 1073 К начинают уменьшаться интенсивности уже обеих линий. Одна из интересных особенностей при отжиге в аргоне заключается в том, что даже при $T_{\text{отж}} = 1273$ К, в отличие от отжига на воздухе, линии поглощения в спектре ЭПР $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}:\text{Eu}^{2+}$ продолжают наблюдаться.

В отличие от $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}:\text{Eu}^{2+}$, с увеличением температуры отжига $(\text{Sr,Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}:\text{Eu}^{2+}$ происходит синхронное уменьшение интенсивности его наиболее ярко выраженных в спектре ЭПР линий с $g = 2,9$; 4; 6,5 (рис. 2). Наиболее резкий спад интенсивностей линий наблюдается в результате отжига при $T_{\text{отж}} = 1073$ К.

На рис. 3–6 приведены зависимости основных параметров спектров ЭПР (ширины линии поглощения ΔH_{pp} ; площади под кривой линии поглощения $S \sim I' \Delta H_{pp}^2$, где I' – интенсивность производной линии поглощения) от температуры отжига $T_{\text{отж}}$.

Как видно из рис. 3, ширина ΔH_{pp} линии поглощения с $g = 4,9$ с увеличением $T_{\text{отж}}$ до 1073 К постепенно уменьшается, а ее интенсивность I' возрастает. При этом площадь под кривой остается неизменной (рис. 4). Такую трансформацию можно объяснить происходящим в результате отжига процессом упорядочения конфигурации окружения парамагнитных центров Eu^{2+} , обуславливающих линию $g = 4,9$.

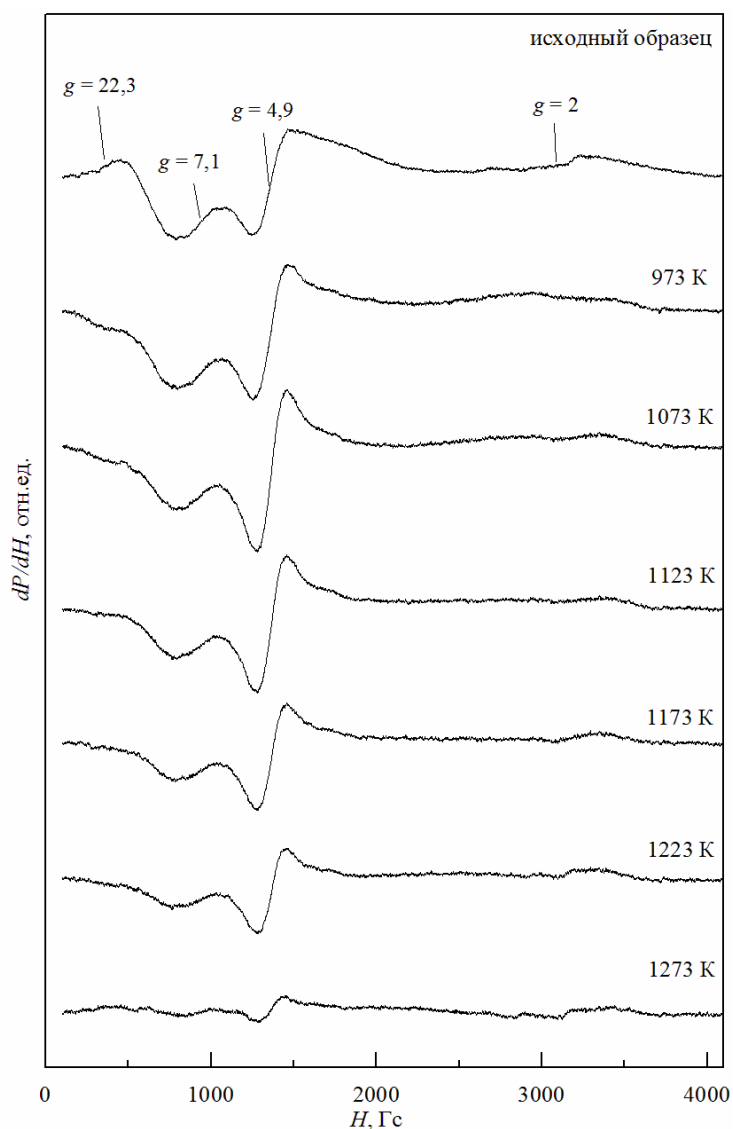


Рис. 1. Влияние температуры отжига на спектры ЭПР люминофора $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}:\text{Eu}^{2+}$ (числа у кривых – температуры отжига $T_{\text{отж}}$)

Поскольку площадь под кривой пропорциональна концентрации соответствующего типа парамагнитных центров, то можно сделать вывод, что концентрация данного типа центров до температур $T_{\text{отж}} = 973 \text{ К}$ сохраняется неизменной. В то же время, начиная с $T_{\text{отж}} = 1123 \text{ К}$, происходит достаточно сильное уменьшение интенсивности и, соответственно, уменьшение площади под кривой поглощения. Это свидетельствует об уменьшении концентрации ионов Eu^{2+} , обуславливающих данную линию.

Как следует из полученных результатов (рис. 5, 6), изменение параметров спектра ЭПР люминофора $(\text{Sr,Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}:\text{Eu}^{2+}$ в результате отжига имеет иной характер. Одна из характерных особенностей заключается в том, что значения ΔH_{pp} для линий поглощения с $g = 2,9$; 4 ; $6,5$ (рис. 5), в отличие от люминофора $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}:\text{Eu}^{2+}$, практически не изменяются при воздействии

высокотемпературного отжига. Как видно из рис. 6, значения относительных площадей под кривыми поглощения ($S \sim I' \Delta H_{pp}^2$) с увеличением температуры отжига выше 973 К начинают синхронно уменьшаться. Даже после отжига люминофора при температуре 1273 К линии с $g = 2; 2,9; 4; 6,5$ сохраняются в спектре ЭПР (рис. 2). Однако общая концентрация ионов Eu^{2+} при этом сильно уменьшается, о чем свидетельствует уменьшение общей площади S под кривыми линий.

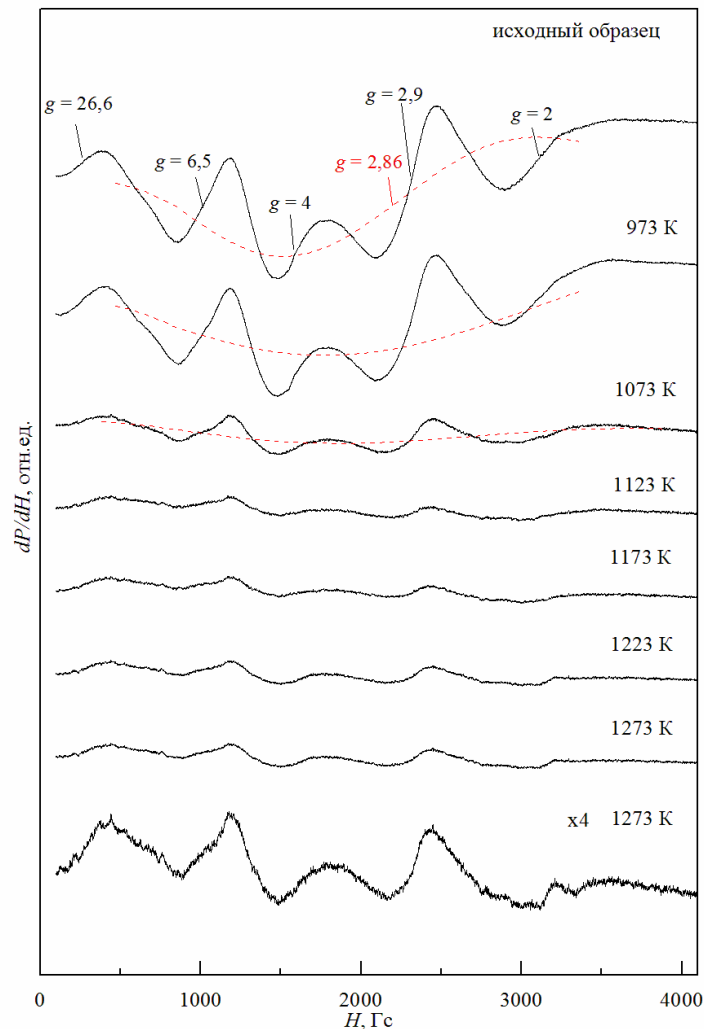


Рис. 2. Влияние температуры отжига на спектры ЭПР люминофора $(\text{Sr,Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}:\text{Eu}^{2+}$ (числа у кривых – температуры отжига $T_{\text{отж}}$, нижний спектр записан при таком же усилении, как для образца $\text{BaMg}_2\text{Al}_6\text{O}_{27}:\text{Eu}^{2+}$)

Характер поведения широкой линии с $g \approx 2,86$, перекрывающей линии мультиплета в спектре ЭПР $(\text{Sr,Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}:\text{Eu}^{2+}$, в результате отжига в аргоне такой же, как и после отжига на воздухе. То есть ее интенсивность с увеличением температуры отжига уменьшается быстрее, чем интенсивность линий мультиплета, причем, как видно из рис. 2, после отжига при $T_{\text{отж}} = 1073$ К она практически полностью исчезает.

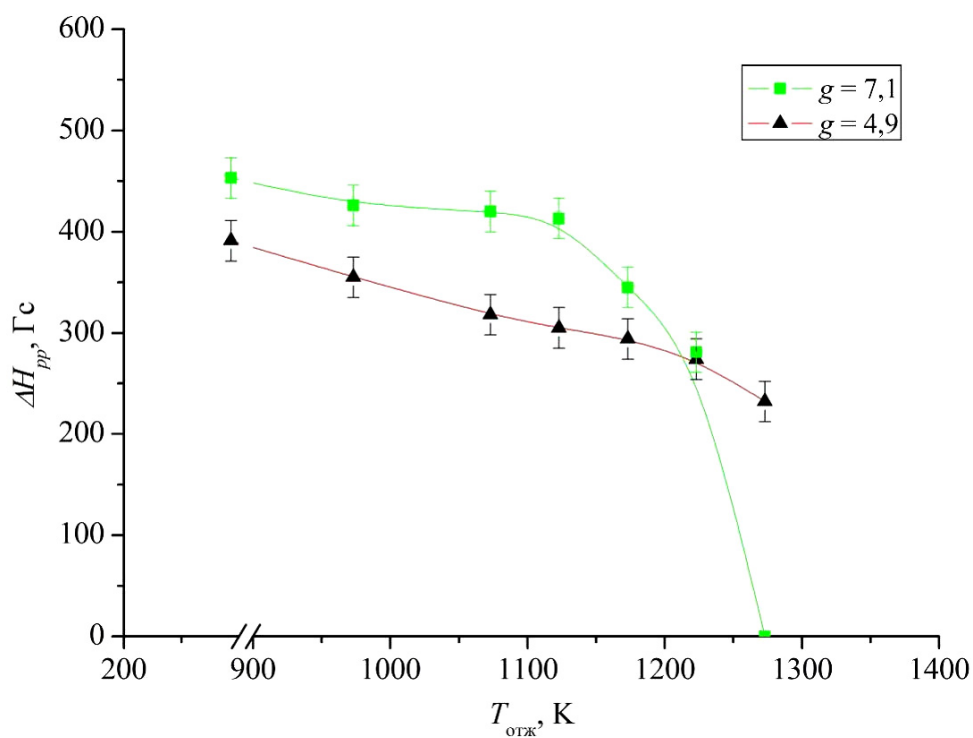


Рис. 3. Зависимости ширины линий поглощения в спектре ЭПР $BaMg_2Al_{16}O_{27}:Eu^{2+}$ от температуры отжига

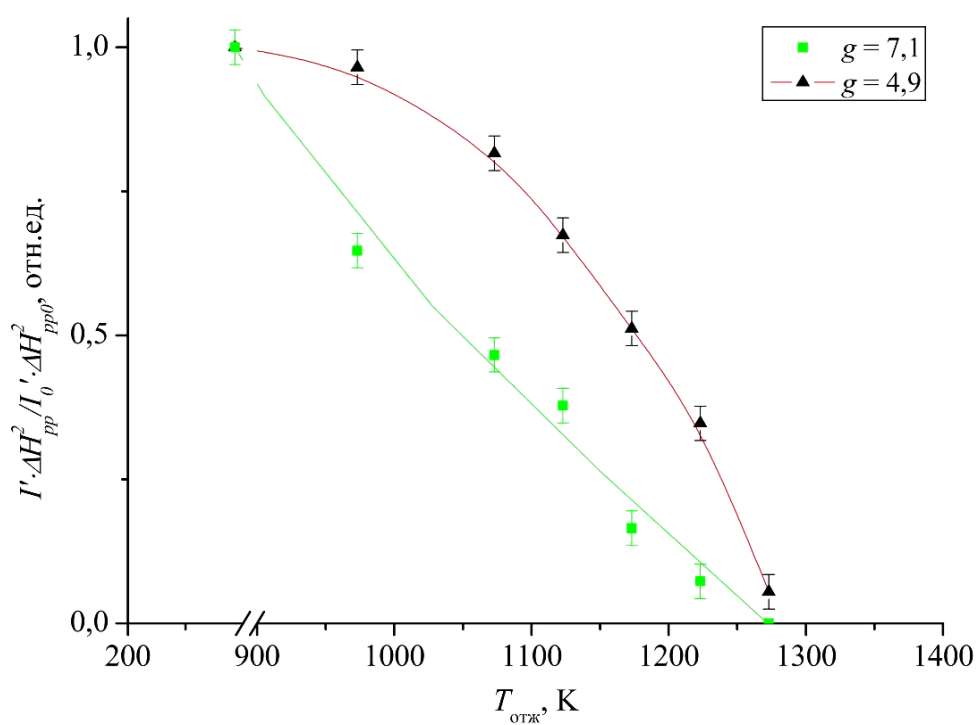


Рис. 4. Зависимости нормированных значений площадей под кривыми поглощения в спектре ЭПР $BaMg_2Al_{16}O_{27}:Eu^{2+}$ от температуры отжига

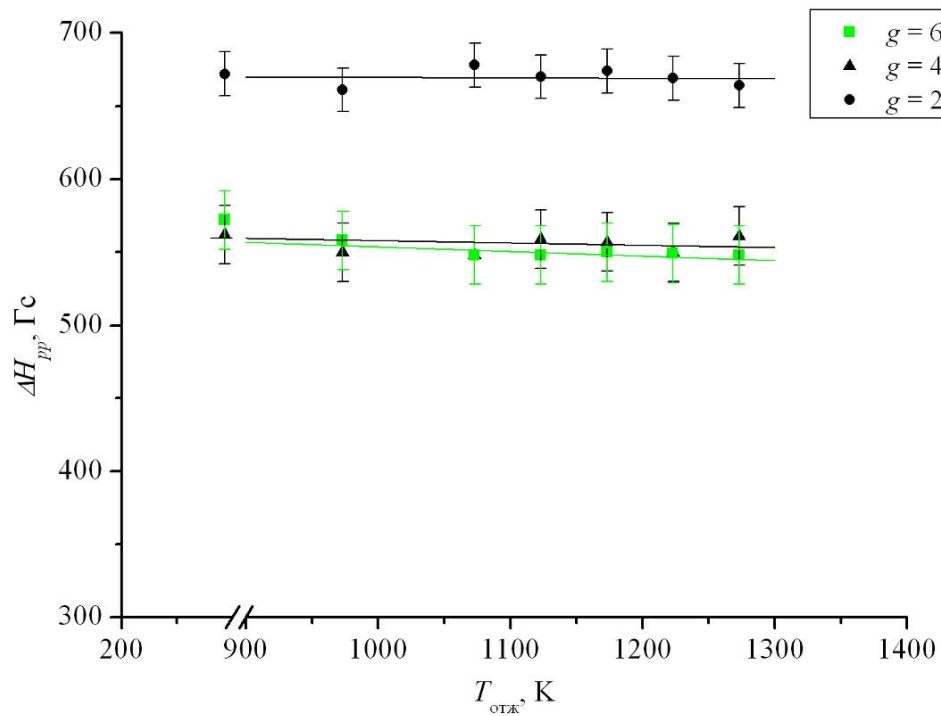


Рис. 5. Зависимости ширины линий поглощения в спектре ЭПР $(Sr,Ba)_5(PO_4)_3Cl:Eu^{2+}$ от температуры отжига

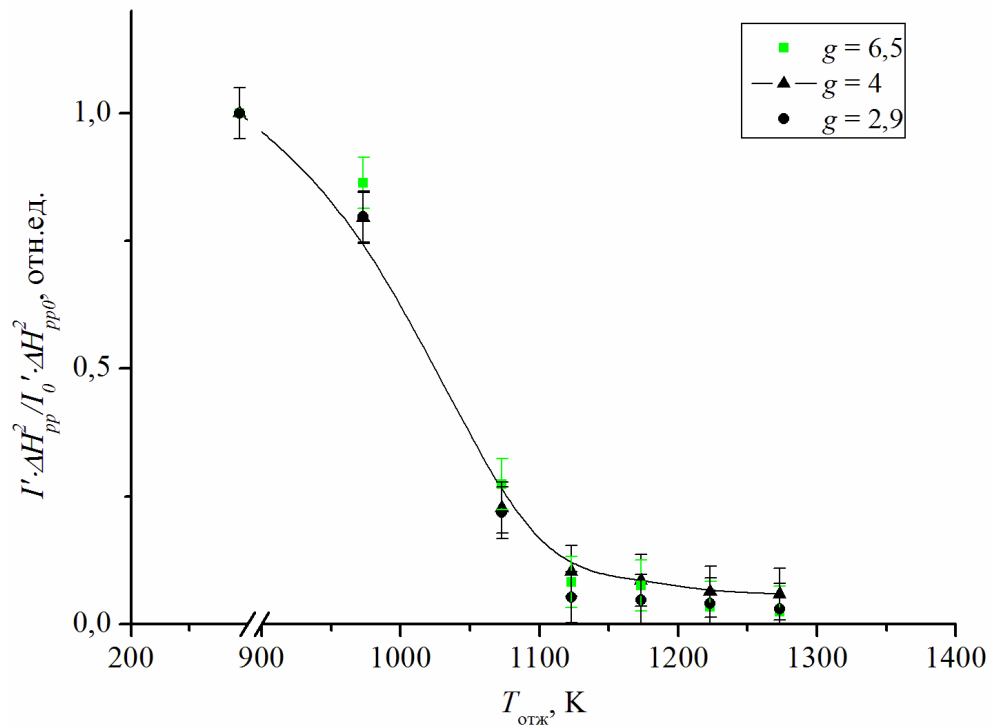


Рис. 6. Зависимости нормированных значений площадей под кривыми поглощения в спектре ЭПР $(Sr,Ba)_5(PO_4)_3Cl:Eu^{2+}$ от температуры отжига

2.2. Спектры люминесценции

На рис. 7, 8 приведены спектры люминесценции исходных и отожженных в аргоне при $T_{\text{отж}} = 1273$ К образцов $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}:\text{Eu}^{2+}$ и $(\text{Sr,Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}:\text{Eu}^{2+}$.

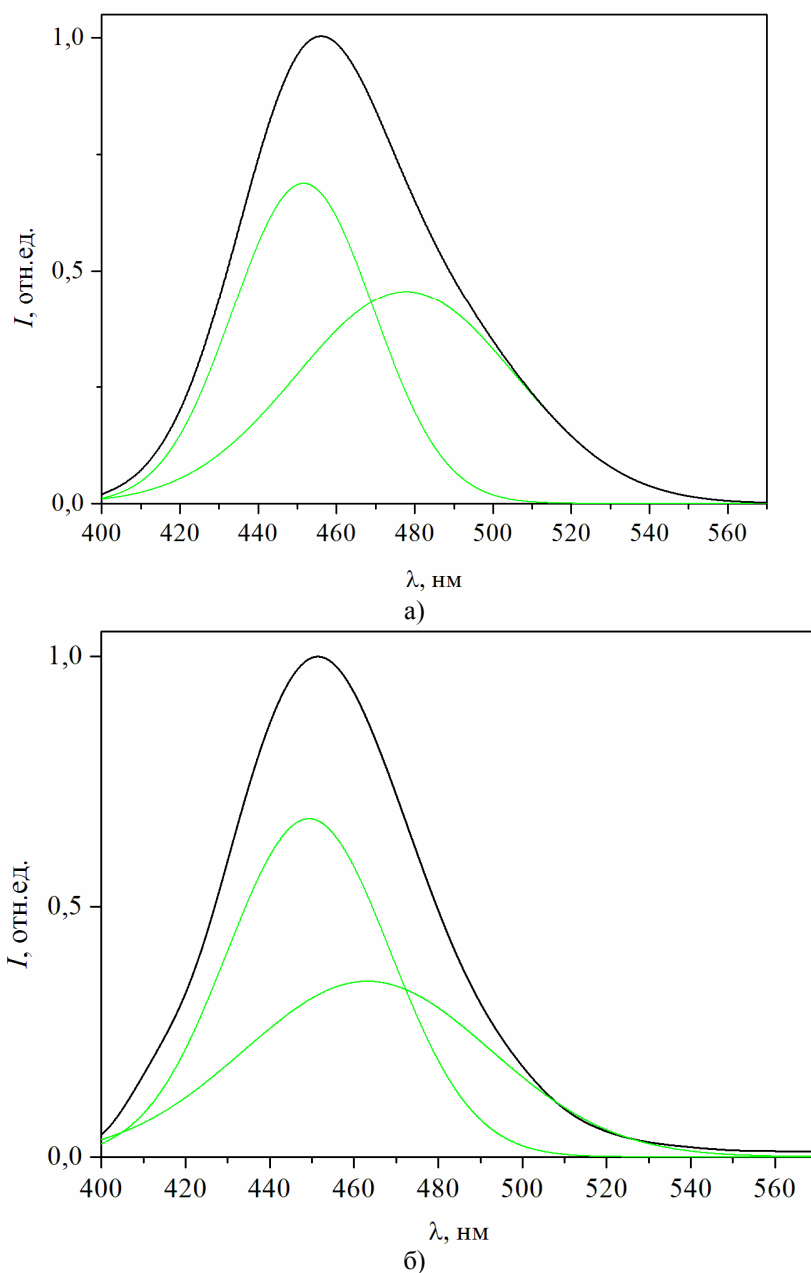


Рис. 7. Спектр люминесценции исходного люминофора $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}:\text{Eu}^{2+}$ (а) и отожженного при $T_{\text{отж}} = 1273$ К (б) (штриховые линии – представление в виде гауссовых составляющих)

Из рис. 7 видно, что после отжига в аргоне $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}:\text{Eu}^{2+}$ коротковолновая ($\lambda_{\text{max}} = 451$ нм) и длинноволновая ($\lambda_{\text{max}} = 478$ нм) полосы в спектре

люминесценции почти не изменяют своего положения. В спектре люминофора $(\text{Sr},\text{Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}:\text{Eu}^{2+}$ положение двух элементарных гауссовых составляющих $\lambda_{\text{max}} = 447$ нм и 481 нм также не изменяется (рис. 8). Однако для обоих люминофоров наблюдается уменьшение доли длинноволновой полосы и увеличение доли коротковолновой полосы, сужение результирующих полос излучения и некоторое смещение общего максимума спектра в коротковолновую область.

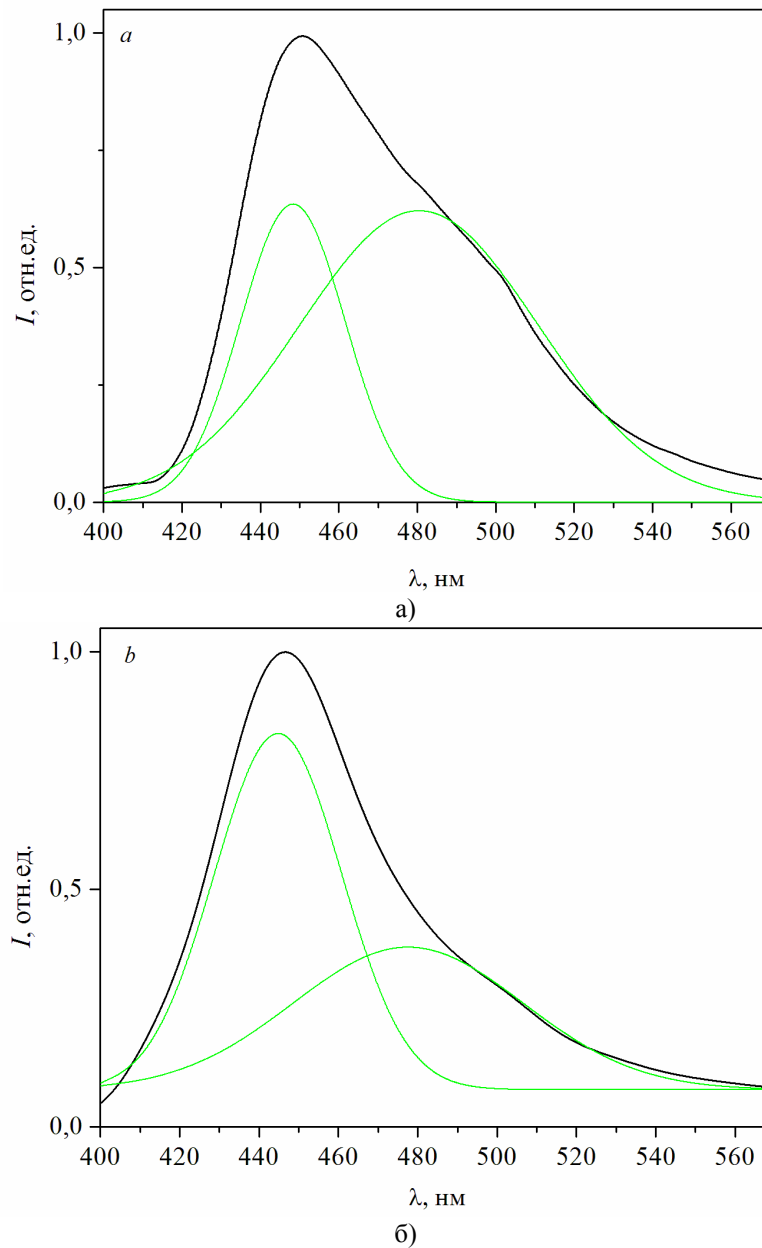


Рис. 8. Спектр люминесценции исходного люминофора $(\text{Sr},\text{Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}:\text{Eu}^{2+}$ (а) и отожженного при $T_{\text{отж}} = 1273$ К (б) (штриховые линии – представление в виде гауссовых составляющих)

3. Обсуждение результатов

Из оптических и ЭПР спектров $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}:\text{Eu}^{2+}$ и $(\text{Sr},\text{Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}:\text{Eu}^{2+}$ видно, что в поведении отдельных полос люминесценции и линий ЭПР наблюдается достаточно четкая корреляция.

Показано, что длинноволновая полоса люминесценции $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}:\text{Eu}^{2+}$ менее термостабильна, чем коротковолновая. В то же время из спектров ЭПР этого люминофора видно, что линии поглощения с $g = 7,1; 22,3$ сильнее подвержены термическому воздействию, чем линия с $g = 4,9$. Следовательно, результаты эксперимента по отжигу $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}:\text{Eu}^{2+}$ в аргоне подтверждают, что линия в спектре ЭПР с $g = 4,9$ и полоса люминесценции с $\lambda_{\text{max}} = 451$ нм принадлежат более термостабильному центру Eu^{2+} в позиции $2d$ с исходным локальным окружением, а линии в спектре ЭПР с $g = 7,1; 22,3$ и полоса люминесценции с $\lambda_{\text{max}} = 478$ нм обусловлены менее термостабильными центрами Eu^{2+} с более низкой симметрией окружения (не выше C_{2v}) [2]. Причем более низкая симметрия окружения C_{2v} центров Eu^{2+} обусловлена, по-видимому, наличием в структуре алюмината заряженных вакансий бария [3].

Таким образом, различное поведение линий поглощения в спектре ЭПР и элементарных полос в спектре люминесценции люминофора $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}:\text{Eu}^{2+}$ при его отжиге в аргоне подтверждает сделанное ранее предположение о наличии в структуре $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}$ как минимум двух типов центров, обусловленных ионами Eu^{2+} с различными симметриями окружения.

Результаты исследований по отжигу в аргоне люминофора $(\text{Sr},\text{Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}:\text{Eu}^{2+}$ показывают, что и в этом случае также наблюдается корреляция между трансформациями спектров ЭПР и люминесценции аналогичная той, которая наблюдалась при отжиге на воздухе, но изменения в спектрах происходят при более высоких температурах. Интенсивности и площади под кривыми линий поглощения мультиплета ($g = 2; 2,9; 4; 6,5; 26,6$) в спектре ЭПР с увеличением температуры синхронно снижаются, а I' и S широкой линии с $g \approx 2,86$ уменьшаются быстрее, чем у линий мультиплета. В то же время после отжига при $T_{\text{отж}} = 1273$ К в спектре люминесценции доля длинноволновой полосы $\lambda_{\text{max}} = 479$ нм по сравнению с коротковолновой $\lambda_{\text{max}} = 447$ нм резко уменьшается. Это подтверждает, что линии в спектре ЭПР с $g = 2; 2,9; 4; 6,5; 26,6$ и коротковолновая полоса люминесценции $\lambda_{\text{max}} = 447$ нм относятся к Eu^{2+} в позициях с локальной симметрией окружения C_{1h} , а широкая линия в спектре ЭПР с $g \approx 2,86$ и полоса люминесценции с $\lambda_{\text{max}} = 481$ нм соответствуют позиции Eu^{2+} , имеющей локальную симметрию окружения C_3 [4, 5].

Таким образом, полученные результаты подтверждают вывод, который был сделан в [1], о том, что и в люминофоре $(\text{Sr},\text{Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}:\text{Eu}^{2+}$, так же как и в $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}:\text{Eu}^{2+}$, имеется как минимум два кристаллографически неэквивалентных типа центров Eu^{2+} .

Из полученных результатов следует, что в результате отжига в аргоне концентрация ионов Eu^{2+} в $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}$ и $(\text{Sr},\text{Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}$ снижается за счет окисления европия ($\text{Eu}^{2+} \rightarrow \text{Eu}^{3+}$), но, в отличие от отжига на воздухе, этот процесс происходит при более высоких температурах. При отжиге на воздухе кислород может диффундировать внутрь кристаллической решетки люминофора из окружающей воздушной среды, что способствует ускорению процесса перехода европия из двухвалентного в трехвалентное состояние. Отжиг

в нейтральной среде, как правило, приводит к диффузии кислорода из основания люминофора, в результате чего в $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}$ и $(\text{Sr},\text{Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}$ должно наблюдаться восстановление европия из трехвалентного в двухвалентное состояние. Однако в нашем случае отжиг в аргоне приводит к окислению европия. В среде аргона, когда внешний кислород отсутствует, окисление Eu^{2+} может происходить только за счет кислорода внутри алюмината и хлорфосфата. Поэтому наиболее вероятное объяснение наблюдаемой особенности может быть связано с тем, что аргон в результате диффузии внутрь кристаллической решетки, кроме внесения дополнительных искажений, препятствует выходу кислорода из основания люминофора. Это, в свою очередь, способствует процессу окисления Eu^{2+} , который начинает происходить при более высоких температурах, чем на воздухе.

В результате внедрения аргона при отжиге в некоторых областях структуры люминофора может происходить перестройка локального окружения Eu^{2+} . Причем измененное кристаллическое поле будет слабо влиять на основное состояние $4f^7(^8S_{7/2}) \text{Eu}^{2+}$, поскольку в данном случае электроны, находящиеся на $4f^7$ -оболочке, экранированы от влияния внешнего кристаллического поля $5s^25p^6$ оболочкой. Вследствие этого тонкая структура спектра ЭПР после отжига остается неизменной. Однако в возбужденном состоянии иона Eu^{2+} электрон находится на неэкранированной $5d$ -оболочке, на которую внешнее кристаллическое поле будет оказывать достаточно сильное воздействие. Поэтому в результате диффузии аргона измененное кристаллическое поле, действующее в структурно искаженных областях, может изменять расщепление $5d(t_{2g})$, в результате чего может возникать некоторое смещение спектра люминесценции $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}:\text{Eu}^{2+}$ и $(\text{Sr},\text{Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}:\text{Eu}^{2+}$.

Заключение

Таким образом, на основании результатов, полученных в настоящей работе, можно сделать следующие выводы:

- 1) в основаниях люминофоров $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}$ и $(\text{Sr},\text{Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}$ имеется не менее двух кристаллографически неэквивалентных центров Eu^{2+} , имеющих разную термостабильность;
- 2) при высокотемпературном отжиге в аргоне происходит диффузия атомов аргона внутрь кристаллической решетки люминофоров, блокирующих диффузию кислорода из $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}:\text{Eu}^{2+}$ и $(\text{Sr},\text{Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}:\text{Eu}^{2+}$, что обеспечивает окисление европия ($\text{Eu}^{2+} \rightarrow \text{Eu}^{3+}$) за счет ионов кислорода, находящихся в структуре люминофора;
- 3) установлено, что при отжиге в аргоне модификация кристаллической структуры люминофоров происходит при более высоких температурах, чем на воздухе;
- 4) обнаружена трансформация спектра люминесценции, происходящая в результате высокотемпературного отжига в аргоне. Это может быть использовано для регулирования цветности люминофора при разработке источников света.

Список литературы

1. **Зюзин, А. М.** Влияние высокотемпературного отжига на состояние ионов Eu^{2+} в люминофорах / А. М. Зюзин, Д. А. Салкин // Известия высших учебных заведе-

- ний. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2011. – № 1. – С. 100–115.
2. **Быковский, П. И.** Центры люминесценции Eu^{2+} и Eu^{3+} в гексаалюминатах / П. И. Быковский, В. Ф. Писаренко, Н. Г. Черная, С. Н. Шашков // Сборник трудов ВНИИ люминофоров. – Ставрополь, 1990. – Вып. 39. – С. 74–79.
 3. **Peng, Mingying.** Reduction from Eu^{3+} to Eu^{2+} in $\text{BaAl}_2\text{O}_4\text{:Eu}$ phosphor prepared in an oxidizing atmosphere and luminescent properties of $\text{BaAl}_2\text{O}_4\text{:Eu}$ / Peng Mingying, Hong Guangyan // Journal of Luminescence. – 2007. – V. 127. – P. 735–740.
 4. **Kottaisamy, M.** Divalent europium-activated alkaline-earth-metal chlorophosphate luminophores $[\text{M}_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}_5\text{Eu}^{2+}; \text{M}=\text{Ca}, \text{Sr}, \text{Ba}]$ by self-propagating high-temperature synthesis / M. Kottaisamy, M. Mohan Rao, D. Jeyakumar // J. Mater. Chem. – 1997. – V. 7 (2). – P. 345–349.
 5. **Kottaisamy, M.** Eu^{2+} luminescence in $\text{M}_5(\text{PO}_4)_3\text{X}$ apatites, where M is Ca^{2+} , Sr^{2+} and Ba^{2+} , and F[–], Cl[–], Br[–] and OH[–] / M. Kottaisamy, R. Jagannathan, P. Jeyagopal, R. P. Rao, R. L. Narayanan // Journal Phys. D: Appl. Phys. – 1994. – V. 27. – P. 2210–2215.

Зюзин Александр Михайлович

доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой
экспериментальной физики, Мордовский
государственный университет
имени Н. П. Огарева (г. Саранск)

E-mail: zyuzin.am@mail.ru

Zyuzin Alexander Mikhaylovich

Doctor of physical and mathematical
sciences, professor, head of sub-department
of experimental physics, Mordovia State
University named after N. P. Ogaryov
(Saransk)

Салкин Дмитрий Александрович

преподаватель, кафедра общей физики,
Мордовский государственный
университет имени Н. П. Огарева
(г. Саранск)

E-mail: salkin_da@mail.ru

Salkin Dmitry Alexandrovich

Lecturer, sub-department of general
physics, Mordovia State University
named after N. P. Ogaryov (Saransk)

УДК 628.978.3:621.7.785.3

Зюзин, Д. А.

Изменение состояния ионов Eu^{2+} в люминофорах $\text{BaMg}_2\text{Al}_{16}\text{O}_{27}\text{:Eu}^{2+}$ и $(\text{Sr},\text{Ba})_5(\text{PO}_4)_3\text{Cl}\text{:Eu}^{2+}$ при отжиге в аргоне / А. М. Зюзин, Д. А. Салкин // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2012. – № 3 (23). – С. 133–143.